Příklady ke cvičení (20.10.2009)

Příklad 1: Pro reálné matice

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \ \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \ \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \ \mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

a) Spočítejte součin $\mathbf{AB}$.

b) Spočítejte součin $\mathbf{BA}$.

c) Spočítejte součin $\mathbf{CD}$.

d) Spočítejte součin $\mathbf{DE}$.

Příklad 2: Ukažte, že pro matice $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ a $\mathbf{0}$ stejného typu a reálná čísla α, β platí:

a) $\mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = (\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C}$
b) $\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A}$
c) $\mathbf{A} + \mathbf{0} = \mathbf{A}$
d) $\alpha(\beta\mathbf{A}) = (\alpha\beta)\mathbf{A}$
e) $\alpha(\beta\mathbf{A}) = \beta(\alpha\mathbf{A})$
f) $\mathbf{A} + (-1)\mathbf{A} = \mathbf{0}$
g) $1\mathbf{A} = \mathbf{A}$
h) $\alpha(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = \alpha\mathbf{A} + \alpha\mathbf{B}$
i) $(\alpha + \beta)\mathbf{A} = \alpha\mathbf{A} + \beta\mathbf{A}$
j) $\alpha\mathbf{A} + \beta\mathbf{B} = (\alpha + \beta)(\mathbf{A} + \mathbf{B})$
k) $(\mathbf{A}^T)^T = \mathbf{A}$
l) $(\mathbf{A} + \mathbf{B})^T = \mathbf{A}^T + \mathbf{B}^T$
m) $(\alpha\mathbf{A})^T = \alpha(\mathbf{A}^T)$

Příklad 3: Ukažte, že platí:

a) Matice $\mathbf{AA}^T$ je vždy symetrická.

b) Každá matice typu $m \times n$ splňuje $\mathbf{I}_m\mathbf{A} = \mathbf{A} = \mathbf{AI}_n$

Příklad 4: Najděte nenulovou matici $\mathbf{A}$ takovou, že $\mathbf{AA} = \mathbf{0}$.