Příklady ke cvičení (27.10.2009)

Příklad 1: Invertujte reálnou matici

a) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

b) $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

c) $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

d) $\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

e) $\mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

f) $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$.

Příklad 2: Spočtěte součiny $\mathbf{AB}_i$ a $\mathbf{B}_i\mathbf{A}$, pro matice

$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} \\ a_{2,1} & a_{2,2} \end{pmatrix}$, $\mathbf{B}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ a $\mathbf{B}_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Jakým úpravám matice $\mathbf{A}$ odpovídají příslušné součiny?

Příklad 3: Pro libovolnou nesymetrickou čtvercovu matici $\mathbf{A}$ zkonstruujte symetrickou matici $\mathbf{B}$ tak, že jejich součin nekomutuje, t.j. $\mathbf{AB} \neq \mathbf{BA}$.

Komutuje součin matic, pokud jsou obě matice symetrické?

Příklad 4: Dokažte, že pokud A^2 má inverzní matici B, potom matice A má inverzi AB. Tedy matice A invertovatelná, jestliže A^2 je invertovatelná.

Příklad 5: Spočtěte, kolik z následujících matic je invertovatelných.

a) Všech 16 matic 2x2 s prvky z množiny $\{0, 1\}$.

b) Všech 16 matic 2x2 s prvky z množiny $\{-1, 1\}$.