

Matematická analýza – první písemka 23.11.2010

Na písemku máte $60 \pm \varepsilon$ minut. Nezapomeňte všechny kroky pečlivě zdůvodnit. Můžete používat poznámky z cvičení a libovolné další papíry. Fakta, která jsme si ukazovali na cvičení, můžete používat bez důkazu (jedná se o různé věty, známé limity, ...). Hodně štěstí!

Úloha 1. Vypočtěte limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 - n^3}{1 + 2 + 3 + \dots + n}. \quad (10 \text{ bodů})$$

Úloha 2. Vypočtěte limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 - n} - \sqrt[3]{n^3 + 1}. \quad (15 \text{ bodů})$$

Úloha 3. Vypočtěte limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{(n+1)!} - 2^n}{\sqrt[n]{n!} + 3n^9}. \quad (15 \text{ bodů})$$

Úloha 4. Ukažte, že $\binom{n}{k}$ se chová jako polynom cn^k . Tedy dokažte, že pro každé $k \in \mathbb{N}$ existují reálné konstanty $c_1, c_2 > 0$, že pro každé $n \in \mathbb{N}$ platí

$$c_1 n^k \leq \binom{n}{k} \leq c_2 n^k. \quad (10 \text{ bodů})$$

Matematická analýza – první písemka 23.11.2010

Na písemku máte $60 \pm \varepsilon$ minut. Nezapomeňte všechny kroky pečlivě zdůvodnit. Můžete používat poznámky z cvičení a libovolné další papíry. Fakta, která jsme si ukazovali na cvičení, můžete používat bez důkazu (jedná se o různé věty, známé limity, ...). Hodně štěstí!

Úloha 1. Vypočtěte limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 - n^3}{1 + 2 + 3 + \dots + n}. \quad (10 \text{ bodů})$$

Úloha 2. Vypočtěte limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 - n} - \sqrt[3]{n^3 + 1}. \quad (15 \text{ bodů})$$

Úloha 3. Vypočtěte limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{(n+1)!} - 2^n}{\sqrt[n]{n!} + 3n^9}. \quad (15 \text{ bodů})$$

Úloha 4. Ukažte, že $\binom{n}{k}$ se chová jako polynom cn^k . Tedy dokažte, že pro každé $k \in \mathbb{N}$ existují reálné konstanty $c_1, c_2 > 0$, že pro každé $n \in \mathbb{N}$ platí

$$c_1 n^k \leq \binom{n}{k} \leq c_2 n^k. \quad (10 \text{ bodů})$$