

Nestačí pouze spočítat výsledky, nezapomeňte všechny kroky pečlivě zdůvodnit a dokázat jejich správnost! Můžete používat všechno bez důkazu, co jsme ukázali na cvičeních, a můžete používat skoro libovolné tištěné materiály (knížky, poznámky ze cvičení).

**Úloha 1** (25 bodů). Nalezněte integrál

$$\int \ln^3 x.$$

**Úloha 2** (25 bodů). Nalezněte integrál

$$\int \frac{\cos^2 x \sin x}{(1 - \cos^2 x)^2} dx.$$

**Úloha 3** (25 bodů). Jak se definuje limita posloupnosti pro obecný metrický prostor  $(X, d)$ ? Dokažte zobecnění známé věty ze zimní analýzy pro metrické prostory:

*Věta.* Posloupnost  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  konverguje k  $L$ , právě když každá vybraná podposloupnost konverguje k  $L$ .

**Úloha 4** (25 bodů). Mějme funkci

$$f(x, y) = x^2 y^3 (6 - x - y).$$

V jakých bodech je funkce spojitá a diferencovatelná? Jak vypadají parciální derivace  $f$ ? Dále nalezněte lokální a globální extrémy na množině  $M = \{(x, y) \mid x > 0, y > 0\}$ . Je funkce  $f$  na množině  $M$  omezená?