Příprava na písemku (19.03.2010)

Příklad 1: Určete derminanty těchto matic:

a) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

b) $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

c) $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

d) $\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

e) $\mathbf{E} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & -2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 3 & 0 \\ -2 & 0 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Příklad 2: Určete determinant následující matice s parametry $a_1, \ldots, a_n$:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} a_1 + x & a_2 & a_3 & \ldots & a_n \\ a_1 & a_2 + x & a_3 & \ldots & a_n \\ a_1 & a_2 & a_3 + x & \ldots & a_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_1 & a_2 & a_3 & \ldots & a_n + x \end{pmatrix}.$$

Příklad 3: Spočítejte determinant matice

a) $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \sin x & \cos x & 1 \\ \sin y & \cos y & 1 \\ \sin z & \cos z & 1 \end{pmatrix}$

b) $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 1 & \log_b a & \log_c a \\ \log_a b & 1 & \log_c b \\ \log_a c & \log_b c & 1 \end{pmatrix}$

Příklad 4: Spočtěte determinant matice $\mathbf{M}$ rozvojem podle prvního řádku, výsledek ověřte eliminační metodou:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 7 & 7 & 7 & 7 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Příklad 5: Spočtěte determinanty tridiagonálních matic $n \times n$:

a) Matice $\mathbf{A}_n$ má na diagonále 2 a pod a nad diagonálou -1:

$$\mathbf{A}_n = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

b) Matice $\mathbf{B}_n$ má na diagonále, pod a nad ní $+1$:

$$\mathbf{B}_n = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$