Matematická analýza 2 – druhá písemka - domácí

Úloha 1. Spočtete gradient a totální diferenciál funkce

$$f(x,y,z) = x^y + y^z$$

v bodě $(1,1,1)$. *(15 bodů)*

Úloha 2. Mějme rovnici

$$e^{xy} + \sin y + y^2 = 1.$$

Rozhodněte, zda definuje na okolí bodu $(2,0)$ hladkou funkci $y = f(x)$. Pokud ano, spočtěte směrnici tečny na f v tomto bodě. *(20 bodů)*

Úloha 3. (Rovinný sněhulák) Mějme kruh sněhu v rovině o poloměru jedna. Jak vysokého sněhuláka lze postavit ze tří kruhů? (Tedy jak rozdělit sníh na tři kruhy, aby byl součet poloměrů maximální).

Zajímavější: Jak vysokého sněhuláka lze pro dané n postavit, pokud sníh můžeme rozdělit na n kruhů. A co když můžeme sníh rozdělit až na spočetně mnoho kruhů? Poznamenejme, že u posledního nestačí dokázat, že výška roste s n a odlimitit sněhuláka do nekonečna, každý z kruhů totiž musí mít nenulový poloměr. *(25+20 bodů)*

Matematická analýza 2 – druhá písemka - domácí

Úloha 1. Spočtete gradient a totální diferenciál funkce

$$f(x,y,z) = x^y + y^z$$

v bodě $(1,1,1)$. *(15 bodů)*

Úloha 2. Mějme rovnici

$$e^{xy} + \sin y + y^2 = 1.$$

Rozhodněte, zda definuje na okolí bodu $(2,0)$ hladkou funkci $y = f(x)$. Pokud ano, spočtěte směrnici tečny na f v tomto bodě. *(20 bodů)*

Úloha 3. (Rovinný sněhulák) Mějme kruh sněhu v rovině o poloměru jedna. Jak vysokého sněhuláka lze postavit ze tří kruhů? (Tedy jak rozdělit sníh na tři kruhy, aby byl součet poloměrů maximální).

Zajímavější: Jak vysokého sněhuláka lze pro dané n postavit, pokud sníh můžeme rozdělit na n kruhů. A co když můžeme sníh rozdělit až na spočetně mnoho kruhů? Poznamenejme, že u posledního nestačí dokázat, že výška roste s n a odlimitit sněhuláka do nekonečna, každý z kruhů totiž musí mít nenulový poloměr. *(25+20 bodů)*